【平成２０年度：数学Ⅱ　指数対数】

数学科学習指導案

定数研研究授業　指導案資料

授業者　東京都立葛西南高等学校　浅井嘉信

「星の等級と対数」

1　日　時　　平成２０年１０月２１日　１９：１０～１９：４５(短縮３５分授業)

2　場　所　　葛西南高校　３年A組教室

3　対　象　　第３学年A組　生徒１６名

4　単元名　　数学Ⅱ（３単位）対数関数　（使用教科書：新高校数学Ⅱ　実教出版）

5　単元の指導目標

対数が身近な問題の解決に活用できることを学習し、
数学的な見方・考え方のよさを実感できるようにする。

6　単元の評価規準

ア　関心・意欲・態度
　①　説明をよく聞いて学習しようとしているか
　②　身近な題材に対数が使われていることに興味を示しているか

イ　見方や考え方
　①　対数を利用して問題を解決しようとしているか
　②　対数の計算を通して対数の良さを分かろうとしているか

ウ　表現・処理
　①　対数の記号を用いて問題を解答できる か
　②　対数表を用いて対数計算ができるか

エ　知識・理解
　①　桁や小数と対数計算を関連させて解答できるか
　②　対数の諸性質・公式を利用して問題を解決できるか

7　単元の指導計画

主な学習内容・時間

（1）指数の復習と対数の定義…３時間
（2）対数の諸性質と活用…３時間
（3）常用対数表のみかたと活用…２時間
（4）対数関数とそのグラフ…　１時間
（5）底の変換公式…　１時間
（6）２のｎ乗の桁数　　　　・・・１時間
（7）まとめ…１時間
（8）対数の活用（本時）…１時間

8　本時の指導

①　本時のねらい

すべての正の数△は、$\triangle = \bigcirc^{\square}$　の形に表せることを学習した。本時ではこの性質を用いて、星の明るさ（等級）を決定する定義式を導く。対数が星の明るさ（等級）に関連していることを理解させ、対数に興味・関心を抱かせる。また、対数の計算が等級を求める際に活用できることを理解させる。

②　留意点

対数の興味・関心が高まり、今後の対数計算等の学習に意欲的に取り組ませることをねらいとしているので、複雑な計算に深入りしすぎないように配慮して指導する。

③　指導方法・教材の工夫

星座早見盤の図（夏季南空）を効果的に提示し、星の等級と対数との関連性に触れる。ヴェーバー・フェヒナーの法則を理解するための図も提示する。

④　授業観察の視点

対数の関連性を分かりやすく指導しているか。

ヴェーバー・フェヒナーの法則を、生徒が納得するように説明しているか。

今後の学習活動につなげるような視点で授業が行われているか。

⑤　学習活動

時　程	学習活動・内容
導入１０分	対数の性質の復習、星座早見盤の写しを配布、星の等級に触れる。 ①紀元前２世紀ころ､最も暗い星を６等星､最も明るい星を１等星としたこと。 ②１９世紀ころ、１等星と６等星の明るさを計測したところ、 約１００倍の違いがあることを発見したこと。
展開２０分	③ 教材プリント　問【１】２等星から５等星の明るさは、６等星の ２０倍、４０倍、６０倍･･･が答えではないことを説明する。 問【１】の答えが、約2.5倍ずつ明るくなっていること。 2.5の２乗、３乗、４乗、５乗（約１００）の値を掲示し、 なぜ、このようになっているかを考えさせる。資料★ ④ウェーバー・フェヒナーの法則（資料図Ｉを黒板に提示・解説） 黒丸の個数の違いを考えることを通じて、人間の感覚は「差」ではなく、「比」で外部の刺激や変化の違いを認識していること」、 「人間の感覚は、外部からの刺激や変化が等比数列的に変化すると、等差数列的に変化しているように認識する」ことを説明する。 ※　黒丸の個数の場合は「個数の比が1.5倍（１倍と半分）程度 増えれば、はっきり個数が異なると認識できる点が重要。 ※小数が苦手な生徒もいるので丁寧に解説する。 ⑤ウェーバー・フェヒナーの法則（資料図Ⅱを黒板に提示・解説） 星の明るさを「ろうそくの明かり」に例えるなら、８本、２０本、 ５０本･･･であれば、明るさの違いをはっきり認識できる。

⑥問【2】現在の等級の定義

「星の明るさが１００倍違うとき、等級の差は５」･･･（A）と定義している。

ここで、「明るさが何倍違うときに、等級の差が１になるか」を考える。

※つまり、問【１】の答え「2.5」をもう少し詳しく調べてみる。

求める値を r とすると、$r^5 = 100$　　　※r は、１００の５乗根

両辺に常用対数をとると、$5\log_{10} r = 2$

$\log_{10} r = 0.4$･･･（B）より、対数表から r は約 2.51 である。

⑦現在の等級の定義（A）を、対数記号 log を用いて表す。

等級の差が１あると、明るさは r 倍異なるので、

等級の差が２の場合、明るさは $r \times r = r^2$ 倍異なる。

等級の差が３の場合、明るさは $r \times r \times r = r^3$ 倍異なる。

･･････

以上から、明るさが何倍異なるかを「明るさの比」と表せば、

$$(\text{明るさの比}) = r^{(\text{等級の差})}$$

とかくことができ、両辺に常用対数をとると、

$$\log_{10}(\text{明るさの比}) = (\text{等級の差}) \times \log_{10} r$$

（B）より、$0.4 \times (\text{等級の差}) = \log_{10}(\text{明るさの比})$･･･（C）

これが、「対数を用いた星の等級の差」の定義式である。

⑧問【３】太陽と満月の明るさの比　※時間があれば解説

「太陽の等級は-26.7、満月は-12.6 である。　等級の差は、

およそ１４である。太陽は、満月より何倍明るいか」

（答）等級の定義（C）、対数表から、約４０万倍

⑨補足：昔は北極星を２等級の星（２等星）と定め基準にしていたが、

後に変光星であることがわかり現在では「こと座のベガ」を

０等星と定め基準にし、他の恒星の等級を決めている。

まとめ５分　ウェーバー・フェヒナーの法則と対数

光の明るさを題材にして「人間の感覚」と「対数」との関係を説明したが、音の大きさ、音階、地震のマグニチュードを考えるときにも対数が活用されている。

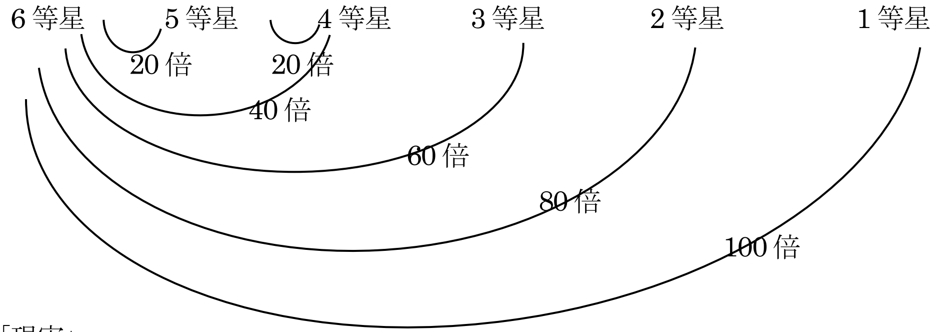
「人間の感覚の強さは、外部からの刺激の強さの対数に比例する」

わかり安く言い換えれば、外部の刺激が１０倍、１００倍、１０００倍･･･と強くなっているときに、人間の感覚は、１、２、３･･･と刺激が増えているように感じているのである。

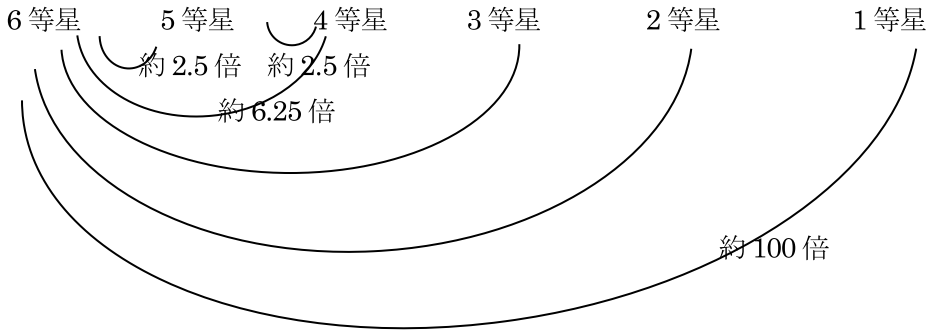
教材プリント　　　　　　　　　　　　3年　　組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問【１】１等星の明るさは６等星の約１００倍である。次の問いに答えなさい。
①５等星の明るさは６等星の何倍明るいか。予想しなさい。
②４等星の明るさは６等星の何倍明るいか。予想しなさい。
※下の図を見ながら考えてみましょう。

「単純に考えた例」



「現実」



資料★2.5 の累乗

2.5×2.5＝6.25　、
2.5×2.5×2.5＝15.625　、
2.5×2.5×2.5×2.5＝39.0625
2.5×2.5×2.5×2.5×2.5＝2.5 の 5 乗 ＝ 約 98

問【２】現在の等級の定義
「星の明るさが１００倍違うとき、等級の差は５」と定義している。
「明るさが何倍違うときに、等級の差が１になるか」

問【３】太陽と満月の明るさの比
「太陽の等級は－26.7、満月は－12.6 である。したがって、等級の差は、およそ１４である。
　太陽は、満月より何倍明るいか」※常用対数表を利用して求める

「ウェーバー・フェヒナーの法則」資料　資料図Ⅰ

図①

●●
●●
●●

図②

●●●
●●●
●●

図③

●●●●●
●●●●●●
●●●●●●
●●●●●●
●●●●●
●●●●

図④

●●●●
●●●●●
●●●●●●
●●●●●●●
●●●●●●
●●●●●●

図⑤　32 個

●●●●●
●●●●●●
●●●●●●
●●●●●●
●●●●●
●●●●

図⑥　48 個

●●●●●●●
●●●●●●●
●●●●●●●
●●●●●●●
●●●●●●●
●●●●●●●
●●●●●●

図⑦　72 個

●●●●●●●●●
●●●●●●●●●
●●●●●●●●●
●●●●●●●●●
●●●●●●●●●
●●●●●●●●●
●●●●●●●●●
●●●●●●●●●

図①と図②では、●の個数の違いはすぐにわかり、②の方が２個多いことがわかります。
ところが、図③と図④では、●の個数の違いはすぐにわかりません。（実は④の方が２個多い）
一方で、図⑤（図③と同じ）と図⑥では、●の個数の違いはすぐにみてわかり、⑥の方が多いことが簡単にわかります。同様に、図⑥と図⑦でも、●の個数の違いはすぐにみてわかり、⑦の方が多いことが簡単にわかります。

以上のことから、●の個数の違い（どちらが多いのか）を人間はどのように感覚で判断しているかというと、「●の個数の差」ではなく「●の個数の比」を考えているようです。
つまり、③全体を１つの「まとまり」と見なした場合、この「まとまり」よりもはっきり大きいかどうかで個数の相違を認識しています。

図⑤と図⑥では●の個数が 1.5 倍違います。

図⑥と図⑦では●の個数が 1.5 倍違います。……

この●の場合、個数が 1.5 倍（１倍と半分増えること）になっていると、個数の違いが認識できることになります。

「ウェーバー・フェヒナーの法則」資料　資料図Ⅱ

図⑧　ろうそく８本

図⑨　ろうそく 20 本

図⑩　ろうそく 50 本

明るさの場合、●と異なり、2.5 倍程度（２倍と半分増えること）になっていないと違いがわからないようです。ろうそくの本数で考えるなら、図⑧にろうそくが１本、２本増えたところで、明るさの相違をすぐに判断はできませんが、図⑨程度増えれば、図⑧より明るいことを簡単に感じることができるということです。同様に、図⑨にろうそくが１本、２本増えたところで明るさの相違をすぐに判断することはできませんが、図⑩程度増えれば、図⑨より明るいことを簡単に感じることができるということです。つまり、８本と２０本、２０本と５０本、５０本と１２５本、･･･　2.5 倍の本数の相違があれば明るさに差があり、異なっていると感じるようです。

数学Ａ　「確率」の授業実践と一考察

東京都立杉並高等学校　岩葉　拓也

１．はじめに

今年度の定時制通信制数学教育研究会・数学部会では、平成２４年度から施行される新学習指導要領において「数学Ａ」から「数学Ｉ」に移行され、さらに「条件付き確率」が加わる確率の単元に焦点を向け、教材研究を行った。確率は、他の単元に比べて、実験・実習などの数学的活動（外的な活動）が取り入れられ、かつ実生活とより関連づけられて行える単元であると考えられる。また、定時制課程の少人数授業である利点を生かせるには、適した題材であると考え、定時制課程の実態を踏まえた指導案を作成し、授業実践を行った。

今回は、「確率」の授業を行う際に、身近な事象に関する意外性のある疑問を数学的活動を通して解決することを目標とした。具体的には、「くじ引きの有利・不利は引く順番によるかどうか」という発問を通して、生徒に考えさせ、数値計算により確かめる授業を展開した。

２．研究会活動内容

第１回例会（６月）：研究主題設定、研修計画作成等（都立桐ヶ丘高等学校）
第２回例会（７月）：指導案検討等（都立杉並高等学校）
第３回例会（９月）：研究授業・研究協議（都立杉並高等学校）
第４回例会（１１月）：研究授業・研究協議（都立葛西南高等学校）

３．研究授業

Ｉ．東京都立本所工業高等学校　定時制　教諭　中村　明

数学Ｉ（３学年）単元名「確率」

ア　日時　　平成２１年７月１４日(火）第１校時（１７：５０～１８：３５）

イ　対象学級　　第３学年Ａ組　　１２名

ウ　本単元の指導計画　　（計　２時間）

①確率…１時間　　②条件付確率…１時間

エ　指導の工夫

理論的な説明ではなく、具体的なカードを利用して、生徒に理解させる。

オ　本時の学習

（１）本時の目標

１０枚のカードの中に１枚の当たりがある。１０枚のカードから１枚のカードを引くときの当たる確率は1/10。残りの９枚のカードが当たる確率は9/10 であることを理解させる。

その後、９枚のカードから１枚をとるとき、当たる確率は9/10 の中の1/9 なので1/10 となることを理解させる。

（２）展開

$\boxed{\text{発問１}}$ここに１０枚のカードがある。１枚だけ当たりである。

まず、生徒にカードを１枚選ばせる。そのカードは伏せて、別に置いておく。

次に、教員は手元の９枚のカードから、はずれカードを８枚、生徒たちに見せて取り除く。

問題教員は残った１枚と、先に生徒に選ばせて伏せてある１枚のカードの２枚のうち

どちらが当たりかを問う。（このとき、先に生徒に選ばせて伏せてあるカードが確率

1/10 から 1/2 に増えたのか？それともそのままか？を考えさせる。）

$\boxed{\text{結論１}}$ ①後の残ったカードが当たりやすい。

②先に選んだカードの確率は 1/10 である。

③したがって、②から後の残ったカードの当たる確率は 9/10 である。

④残ったカード９枚は 9/10 の確率を持っている。

$\boxed{\text{発問２}}$１０本のうち当たりが１本であるくじ引きを考える。１０人が順に１本ずつクジを戻さず

引いていくとき、クジを引く各人の当たる確率はいくらか？

$\boxed{\text{結論２}}$(本授業の主題) １０人とも等確率である。

（３）研究協議（生徒のアンケートに代える）

・参観した教員より

（葛飾総合高校数学科教諭２名、本所工業高校教諭１名、本所工業高校養護教諭１名）

内容が難しかった。生徒には伝わりづらい内容ではないか。との意見を頂いた。

・生徒のアンケートから出席生徒１０名中アンケート回収８名(一部空欄あり) ５段階評価内訳：

とてもそう思う５　そう思う４　どちらともいえない３　思わない２　まったく思わない１

（ア） １０本のクジの中から１本取るとき当たる確率はすぐにわかった………評価平均 3.57

（イ） １０本のクジの中から１本取り、残りの９本のクジの確率について

① とても不思議だった ………………平均 2.57

② なぜか知りたい …………………平均 2.28

③ 実験で良くわかった ………………平均 3.00

④ 計算でよくわかった ………………平均 2. 71

（ウ）カードの説明はわかりやすかった …………平均 2. 75

（エ）計算の説明はわかりやすかった ……………平均 2. 88

（オ）確率についてもっと勉強したくなった ……平均 2. 50

（４）今後の課題

条件付確率の学習をする上で、上記の内容は生徒にとって理解することが難しい内容であること

がわかり、生徒の実態に即して、精選された教材を用いて授業を行うことの課題が残った。

Ⅱ．東京都立杉並高等学校　定時制　教諭　岩葉　拓也

数学Ａ（４学年）　単元名「確率」

ア　日時　　平成２１年１０月３０日(水) 第４校時（２０：２０～２１：０５）

イ　対象学級　　第４学年Ａ組　４名

ウ　本単元の指導計画　（計１３時間）

①事象と確率…６時間　　②独立な試行と確率…２時間（本時２／２）

③反復試行の確率…３時間　④期待値…２時間

エ　指導の工夫

単に､数値計算によらず具体的にくじ引きを行うことで､生徒の思考活動が広げられるようにする。

オ　本時の学習

（１）本時の目標

非復元抽出の確率を理解させる。具体的には、４本のうち１本当たりであるクジ引きを考える。

４人が順に１本ずつクジを戻さず引いていくとき、クジを引く各人の当たる確率は$\frac{1}{4}$であること

を理解する。

（２）展開

$\boxed{\text{発問１}}$　くじ引きをするとき、引く順番で有利・不利が決まるかどうか。

$\boxed{\text{意見１}}$　最初に引いた方が有利　　②　後に引いた方が有利　　③　順番は関係ない。

４本のうち、あたりくじが１本あるくじ引きを考える。４人が順に１本ずつくじを戻さず引くとき、くじを引くそれぞれの人の確率について考える。

〈手順〉

⑴　４人にそれぞれくじを引かせる。

⑵　１２回行い、１人何回ずつ当たりくじを引いたかを記録し、集計する。

⑶　くじ引きの確率は引く順番によるかどうか予想させる。

⑷　計算的に実証する。

１番目の人が当たり　････　$\frac{1}{4}$

２番目の人が当たり　････　$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$

３番目の人が当たり　････　$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

４番目の人が当たり　････　$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1}{4}$

$\boxed{\text{結論}}$(本授業の主題)　４人とも等確率であり、くじ引きは引く順番によらない。

（３）研究協議

実際にくじを引かせることで、数値計算だけにととまらず、数学的活動を促すことができた。

（4）今後の課題

① 計算的に実証する際に、生徒は確率を４つ掛け合わせるという経験がないため、戸惑っていたようである。また、数値計算を行う際に、結果が $\frac{1}{4}$ になった時点でとめていたが、詳しくは、下記のように４番目の人の確率まで記す必要があった。

１番目の人が当たり　‥‥　$\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1}{4}$

２番目の人が当たり　‥‥　$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1}{4}$

３番目の人が当たり　‥‥　$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1}{4}$

４番目の人が当たり　‥‥　$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{1}=\frac{1}{4}$

② くじ引きを何度も引いて当たりの確率がどんな値に近づくかという「大数の法則」を本時の授業の中に取り込んでいたが、そのことが逆に生徒には負担になってしまったことが課題である。

４　成果と今後の課題

（1）成果

生徒が難しいと感じる単元も、事前に研究協議を重ねてから実際に授業をすると、生徒が理解しやすくなることがわかった。単に確率の計算問題を解かせることに終始することなく、数学的にも本質的な単元や内容を定時制課程の生徒に学習させることができた。

また、定時制課程の数学科教員は、各校で１名または２名程度の少人数である。所属校内の専門を同じくする教職員から授業についての客観的な指導助言を複数得ることが難しいが、Off－JT で定通部会(定数研)の参加を通して研究協議を継続的に行ったことは､所属校での授業力の向上につながり、所属校の生徒へ還元するよい機会を得ることができた。

（2）今後の課題

計算問題を行う授業に終始することのないように、数学的活動を通して数学的な見方や考え方のよさを体得できるよう、指導法と教材開発の研究を深めていくことが今後の課題である。

所属校での授業研究や、所属校以外の授業研究の実践を協議することを通して、定時制高校の生徒の実態を把握し、生徒の学習意欲を引き出す授業ができるよう、今後も見聞と実践を蓄積して生徒に還元し続ける所存である。

引用・参考文献

[１]　文部科学省、高等学校 学習指導要領、1999 年
[２]　文部科学省、高等学校 学習指導要領、2009 年

【平成２１年度：数学Ａ　確率】

数学科学習指導案

授業者　東京都立本所工業高等学校　中村　明

１　日　時：平成２１年７月１４日(火)

２　対　象：３学年１２名　1限１７：５０～１８：３５

３　生徒の実態：

演習等を行うと３次式の展開方法を独自に開発する生徒もいて、探究活動の意欲が旺盛なクラスである。導入時にいかに教材について興味を起こさせて授業内容に集中させることができるかが課題である。

４　使用教科書：

５　単元名：数学Ａ　確率

６　単元の指導目標：

確率の基本的な性質を学んだあと、非復元抽出による確率について、正しい知識と判断を養う。

７　年間指導計画における位置付け

定期考査後の数日間に、数学が日常で活用されていることを実感させる特集を組んで、興味関心を高めることを狙いとしている。

８　単元の評価規準

①関心･意欲･態度	②思考･判断	③技能･表現	④知識･理解
日常起こり得る具体的な事象について数学を活用しようとする。	感覚的な判断だけによらず、論理的な考察によって思考できる。	割合の計算や分数の四則計算を利用して確率を表現できる。	非復元抽出の確率は独立試行の繰り返しであることを理解できる。

９　研究授業の視点

・　生徒の反応を観察することで、非復元抽出の確率の理解ができたか否かを知る。

・　生徒が積極的に授業に参加(発言)し、数学的な法則が導かれる過程を共有できたか。

１０　単元の指導計画・評価計画

時	学習内容	評価	個に応じた指導の工夫
1	7月9日（木） 期末ﾃｽﾄ返却後に確率の定義を話す	統計的確率と数学的確率の 両定義を理解できる。	問いかけ・発問
2	7月16日（木） 非復元抽出の確率の計算	なぜ等確率なのかを理解できる	発問･机間指導

１１　本時の展開（第３時間目）

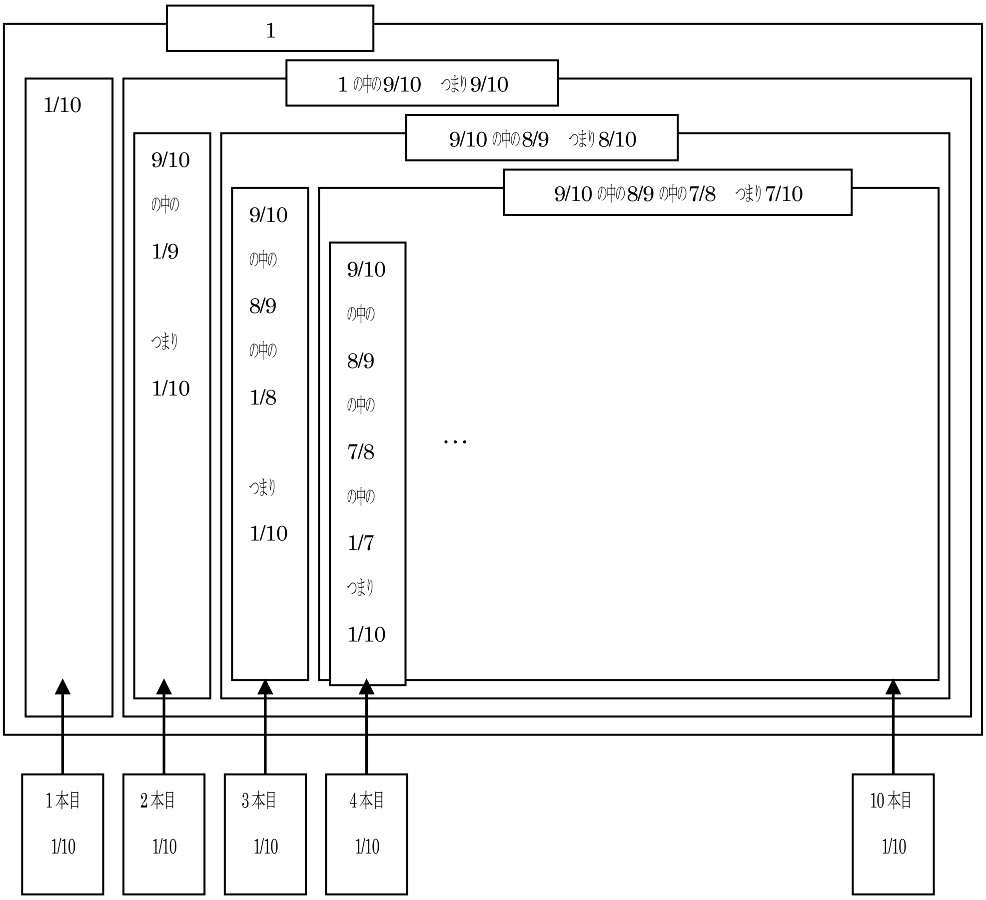
（１）本時のねらい（目標）

非復元抽出の確率を理解させる。具体的には、１０本のうち１本当たりであるクジ引きを考える。

１０人が順に１本ずつクジを戻さず引いていくとき、クジを引く各人の当たる確率は 1/10 を理解する。

（２）学習活動

時程	学習内容・学習活動	指導上の留意点	評価方法
導入 15分	発問１ ここに 10 枚のカードがある。１枚だけ当たりである。 生徒にカードを１枚選ばせる。 そのカードは伏せて、別に置いておく。 次に、教員は手元の９枚のカードから、はずれカードを８枚、生徒たちに見せて取り除く。 教員は残った１枚と、先に生徒に選ばせて伏せてある１枚のカードの２枚のうちどちらが当たりかを問う。 （このとき、先に生徒に選ばせて伏せてあるカードが 確率 1/10 から 1/2 に増えたのか？それともそのままか？を考えさせる。） 以上を何度も行い、先に選んだカードが当たりやすいのか、それとも残ったカードが当たりやすいのかを教員が演示するなかで、生徒たちに気付かせる。 結論１ ①後の残ったカードが当たりやすい。 ②先に選んだカードの確率は 1/10 である。 ③したがって、②から後の残ったカードの当たる確率は 9/10 である。 ④残ったカード９枚は 9/10 の確率を持っている。	出席確認 生徒が積極的にｹﾞｰﾑに参加しようとしているか？ どちらのカードの確率が高いか､生徒から意見を集う。 実演を通して ①の結論を生徒に納得させる。 ①を根拠にして②・③及び④を納得させる。	

<table>
<tr><td>展
開
15
分</td><td>発問２
10 本のうち当たりが１本であるくじ引きを考える.
10 人が順に１本ずつクジを戻さず引いていくとき、
クジを引く各人の当たる確率はいくらか?
発問３
くじを引く順番によって当たる確率は変わるの？
1 人目が当たる確率は?
2 人目の当たる確率は?
3 人目の当たる確率は?
10 人目の当たる確率は?
結論２(本授業の主題)
10 人とも等確率である。

</td><td>生徒に予想させる。

結論１を根拠に説明する。</td><td></td></tr>
<tr><td>まとめ
5
分</td><td>１０本のクジを引くのに、当たりの確率は、引く順番に因らない。</td><td></td><td></td></tr>
</table>

数学科・数学Ａ　確率　学習指導案

東京都立葛西南高等学校定時制課程　教諭　浅井嘉信

1　日時　平成２１年１１月２４日（火曜日）　第３時限、第４時限

2　対象　第４学年A組　８名（男子３名　女子５名）

3　場所　３階　４年A組教室

4　生徒の実態　全体としては落ち着いているが、非常に学力差が大きい。

5　単元　２章確率「独立な試行と確率」（『新高校数学Ａ』実教出版　３単位）

6　単元目標
①　具体的な事象の考察などを通して、確率について理解し、不確定な事象を数量的にとらえることの有用性を認識し、事象を数学的に考察し処理できるようにする。
②　１学期に学習した「場合の数」の考え方を活用し、確率の計算が行えるようにする。
③　確率の計算を行うときに必要になる、「同様に確からしい」という概念の定着を図り根源事象の計算方法について習得できるようにする。
④　独立な試行における確率の計算は、分数の「かけ算」が有用であることも認識させる。
⑤　非復元抽出による確率についても、基本的な問題を通して正しい理解と判断を養う。

7　年間指導計画における位置付け

１学期　①順列　②組合せ

２学期　③集合　④基本的な確率問題　⑤和事象（先週末）・（本時）・排反事象・余事象の確率
⑥独立な試行と確率

３学期　⑦反復試行の確率　⑧期待値　⑨命題と証明
※予定よりも進度が遅れてしまった。
本日の授業は排反事象・余事象の確率の考え方をあまり活用せずに展開する。

８　単元の評価基準及び学習活動に即した具体的な評価基準

	関心・意欲・態度	思考・判断	技能・表現	知識・理解
単元の評価基準	確率の内容に興味・関心をもち、課題に積極的に取り組む。	１学期に学習した順列組合せ等の考え方を活用できる能力。整理して考えようとする態度。	基本的な順列・組合せの計算力及び基本的な確率計算の習得。	学んだ知識を類似問題に積極的に活用できる。
具体的な評価基準	与えられた課題に対して、具体的なイメージを持つように努力しているか。	与えられた課題に対して、「Ｐまたは C」及び「図や表」などを活用して考えようとするか。	「同様に確からしい」事象を理解し、確率の分母を求められるか。	学んだ知識を活用し、新しい課題に対して自発的に取り組んでいるか。

９　第４時限　第４学年Ａ組　授業の展開

（１）本時の目標

条件付確率は「数学Ａ」では取り扱わないが、非復元抽出の確率を考え理解できるようにする。具体的には、「４本のうち１本当たりであるクジ引きを考える。４人が順に１本ずつクジを戻さずに引いていくとき、クジを引く各人の当たる確率は 1/4 であることを理解する。」

（２）学習活動

時間	学習内容	教師の役割	生徒の活動	評価
５分	計算練習（50 題） 順列の計算 分数のかけ算練習	計算練習の答え 順列計算の確認 分数の積の説明	計算に取り組む。 順列計算板書する。 分数のかけ算練習	静かに問題に取り組んでいるか。
５分	４本のうち１本当たりであるクジ引きを考える。引く順番で有利・不利が決まるかどうか予想する。	左記のように発問し、感覚的に予想させて、本時間で扱うテーマに具体的なイメージを持たせる。	予想する。なぜ、そう思うか理由を考えさせる。有利・不利はどうしたら確認できるか。	発問に対して、考えようとしているか。
５分	２本のうち１本当たりであるクジ引きを考える。	問題を簡単にして考察できないかどうか。	説明をきき、ノートを取り、解決する。	２本のくじ引きで、どんなことが結果として起こるのか。「同様に確からしい」と考えられるか。

５分	３本のうち１本当たりであるクジ引きを考える。	問題を簡単にして考察できないかどうか。	説明をきき、ノートを取り、解決する。	３本のくじ引きで、どんなことが結果として起こるのか。「同様に確からしい」と考えられるか。
５分	４本のうち１本当たりであるクジ引きを考える。	補助プリントを使い説明する。結果として起こりうる全事象（根源事象）を求める。	説明をきき、補助プリントに記入する。	４本のくじ引きで、どんなことが結果として起こるのか。「同様に確からしい」と考えられるか。
１０分	引き続き、４本のうち１本当たりであるクジ引きを実験する。	実際に、４本のクジを引き、実験する。何番目に引く人が有利か発問。	実験結果の記録をとり、「同様に確からしい」と考えられることを確認する。	実験から、「同様に確からしい」と考えられることを実感できるか。引く順番に関係なく等確率であることがわかるか。
１０分	確率の計算方法を検討し、まとめる。	結果として起こりうる全事象（根源事象）を求める以外の方法を検討する。	分数のかけ算で確率を求める。	全事象を調べなくても、分数のかけ算で、確率が求められることを図から理解できるか。

※時間があれば、「５本のうち１本当たりであるクジ引きも考える。」

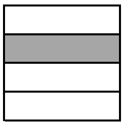
4年A組 「説明」及び「板書」の流れ

5分

出欠確認 ・ 計算問題50問の答え合わせ

階乗計算　　３！や　４！　　計算結果と意味　　←トランプ4枚拡大図提示

分数計算　　３／４×１／３　　計算結果と意味

 × 1/3 =  ←板書

5分／10分

生徒に教材プリント 配布
本日の問題(テーマ)説明

> 4枚のくじ(4枚のトランプカード 10、J、Q、K)を
> A、B、C、Dがこの順番で1枚ずつ引くとき、有利不利があるか
> どうかを考えてみましょう。ただし、Kだけが当たりとします。

引く順番で、有利・不利があるか予想させ、理由も考えさせる。
何となくではなく、可能性をはっきりした数値で表現すること、
不確定な事象を数量的にとらえることが確率の学習の目標であることを説明する。

5分／15分

プリント【練習1】

> 2枚のくじ(2枚のトランプカード Q、K)を
> A、Bがこの順番で1枚ずつ引くとき、有利不利があるか
> どうかを考えてみましょう。ただし、Kだけが当たりとします。

板書内容:

	A(1番目)	B(2番目)
1	Q	K
2	K	Q

結果として起こることは2通りあり、「同様に確からしい」と考えられる。

Aが当たりを引く確率・・・1／2
Bが当たりを引く確率・・・1／2
等確率である。　　P(A)=P(B)=1/2
したがって、くじを引く順番によって、有利・不利は生じない。

5分／20分

プリント【練習2】

> 3枚のくじ(3枚のトランプカード J、Q、K)を
> A、B、Cがこの順番で1枚ずつ引くとき、有利不利があるか
> どうかを考えてみましょう。ただし、Kだけが当たりとします。

板書内容:

	A(1番目)	B(2番目)	C(3番目)
1	J	Q	K
2	J	K	Q
3	Q	J	K
4	Q	K	J
5	K	J	Q
6	K	Q	J

結果として起こることは6通りあり、「同様に確からしい」と考えられる。
6通りあることは、3!を計算しても求められる。
Aが当たりを引く確率・・・1／3
Bが当たりを引く確率・・・1／3
Cが当たりを引く確率・・・1／3
等確率である。　　P(A)=P(B)=P(C)=1/3
したがって、くじを引く順番によって、有利・不利は生じない。

教材プリント　裏面

5分／25分

4枚のくじ（4枚のトランプカード　10、J、Q、K）を A、B、C、Dがこの順番で1枚ずつ引くとき、有利不利があるか どうかを考えてみましょう。ただし、Kだけが当たりとします。

【問1】、【問2】 表を完成させ、24通りある結果を表にまとめる。Kを強調する。
【問3】この24通りが「同様に確からしい」ことを実験をして確認する。

10分／35分

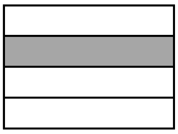
結果として起こることは24通りあり、「同様に確からしい」と考えられる。
24通りあることは、4！を計算しても求められる。
Aが当たりを引く確率・・・1／4
Bが当たりを引く確率・・・1／4
Cが当たりを引く確率・・・1／4
Dが当たりを引く確率・・・1／4
等確率である。　　　　　　　　　　P（A）＝P（B）＝P（C）＝P（D）＝1/4
したがって、くじを引く順番によって、有利・不利は生じない。

5分／40分

表を作成せずに（すなわち、24通りあることを考えずに）
確率を求める方法を考える。

最初にくじを引くAの当たる確率は、1／4　である。
では、2番目にくじを引くBの当たる確率はどのようにすれば計算できるか。

①表の中にあるKに注目してまとめ、並び替えた表を掲示する。
②Bが当たるためには、まず、Aがはずれて、続けて、
　Bが当たりを引かなければならない。
③授業にの最初に行った、分数の計算を振り返る。

　×　1/3　＝　

5分／45分

上記の計算方法が正しいことを「条件つき確率」の考え方に触れて説明する。

Aが当たらない確率を$P(\bar{A})$
Bが当たる確率をP（B）　　　　　　　　← 正確には、$P(\bar{A}\cap B)$
Aがはずれたときに Bが当たる確率を$P_{\bar{A}}(B)$
とする。

表から、
$P(\bar{A})=18/24=3/4$　　　　← 表が無くても計算できる
$P(B)=6/24=1/4$
$P_{\bar{A}}(B)=6/18=1/3$　　　　← 表が無くても計算できる
であるが、　　　　　　　　　　はずれ2本、当たり1本　計3本の中
　　　　　　　　　　　　　　　から当たりを引く確率である

$P_{\bar{A}}(B)=6/18=6\div24/18\div24=P(B)/P(\bar{A})$

と変形することができる。この両辺に、$P(\bar{A})$をかけると、

$P(\bar{A})\times P_{\bar{A}}(B)=P(B)$

すなわち、　$\boxed{P(B)=P(\bar{A})\times P_{\bar{A}}(B)}$　である。

数学A　11月24日　教材プリント

4年　　組　　番 氏名

本日の問題（テーマ）

4枚のくじ（4枚のトランプカード　10、J、Q、K）を
A、B、C、Dがこの順番で1枚ずつ引くとき、有利不利があるか
どうかを考えてみましょう。ただし、Kだけが当たりとします。

予想・理由

【練習1】

2枚のくじ（2枚のトランプカード　Q、K）を
A、Bがこの順番で1枚ずつ引くとき、有利不利があるか
どうかを考えてみましょう。ただし、Kだけが当たりとします。

	A（1番目）	B（2番目）
1	Q	K
2		

【練習2】

3枚のくじ（3枚のトランプカード　J、Q、K）を
A、B、Cがこの順番で1枚ずつ引くとき、有利不利があるか
どうかを考えてみましょう。ただし、Kだけが当たりとします。

	A（1番目）	B（2番目）	C（3番目）
1	J	Q	K
2	J		Q
3	Q	J	
4	Q		J
5	K	Q	
6	K		

裏面【問6】

表を使わずに、2番目にくじを引くBが当たる確率を計算するにはどのように考えればよいでしょう。

【問1】

4枚のくじ（4枚のトランプカード10、J、Q、K）をA、B、C、Dの4人がこの順番で1枚ずつ引く。このとき、結果として起こるすべての事象を表にまとめてみましょう。

	1番目 A	2番目 B	3番目 C	4番目 D
1	10	J	Q	K
2	10			
3	10			
4	10			
5	10			
6	10			
7	J	10	Q	K
8	J			
9	J			
10	J			
11	J			
12	J			
13	Q	10	J	K
14	Q			
15	Q			
16	Q			
17	Q			
18	Q			
19	K	10	J	Q
20	K			
21	K			
22	K			
23	K			
24	K			

【問2】

左記の問題は、トランプカード　K　が当たりです。Kに〇印をつけてみましょう。

【問3】

左記の表にある、24通りの事象が「同様に確からしい」ことを実験をして確認しましょう。

【問4】

A、B、C、Dが当たる確率をそれぞれ求めてみましょう。

【問5】

表を使わずに、最初にくじを引くAが当たる確率を計算してみましょう。

【問6】

表を使わずに、2番目にくじを引くBが当たる確率を計算するにはどのように考えればよいでしょう。