

第 86 回授業研究協議会報告

東京都高等学校数学教育研究会第 86 回授業研究兼平成 28 年度東京都教職員研修センター研修「高等学校数学に関する授業研究と講演会(研修番号 4224)」が、平成 28 年 6 月 9 日(木) 13:30 から、東京都立西高等学校にて行われた。参加者は 35 名であった。

(1) 会長挨拶

都立大江戸高等学校 統括校長 吉田 亘

(2) 教育委員会挨拶

教職員研修センター研修部専門教育向上課

課長 鶴飼 敦之

(3) 会場校校長挨拶

都立西高等学校 統括校長 宮本 久也

(4) 本日の授業研究の観点について

数学教育研究会学習指導法分科会

(5) 授業研究 数学 I 「2 次関数」

授業者 都立西高等学校 主任教諭 村形 政信

(6) 研究協議

① 講義 「高校数学における発展的教材の開発」

② グループ協議

③ 質疑・応答

(7) 事務連絡

○ 授業研究

数学 I の「2 次関数」の単元において、係数に文字を含む 2 次関数の最大・最小を求める授業が行われた。本時では、グラフ描画ソフト GRAPES を用いて、視覚的に考えさせることで、軸と定義域の位置関係で場合分けが必要であることを、生徒自ら気付かせることを目的としている。

授業では最初に、2 次関数 $y = x^2 - 2ax$ の最小値を確認し、定義域をもつ場合のときの相違点を考える。最初から場合分けの必要性に気付かない生徒も、教員が質問の仕方を変えていくことで、気付く生徒も多かった。

さらに、 $y = x^2 - 2ax(0 \leq x \leq 2)$ の最小値を求める問題において、何に着目して、何通りの場合分けが必要か考えさせる。文字定数の変化により、頂点が移動することを GRAPES で確認することで、どのように場合分けをするべきか考察させる。定義域内を色で塗りわかりやすく表示させ、生徒に視覚的に捉えさせることで、グラフと定義域の位置関係がイメージしやすくなる。 $y = x^2 - 2ax(-1 \leq x \leq 3)$ の最大値を求める問題においても、GRAPES で確認することで、放物線の対称性から、定義域の中央での場合分けの必要性に気付くやすくなる。

授業内で扱う問題は、教科書の問題の定義域を変えたり、条件を省くなど、発展的に扱うことで、理解の定着を図っている。

授業中、生徒は教員の問いかけに主体的に考え、理解しようとする姿勢が強く感じられた。そのため、教員の問いかけの仕方や、GRAPES を利用し視覚的に考えたことで、本授業の狙い通り、全体的に自らの力で軸と定義域の位置関係で場合分けすることの必要性に気付いた生徒は多いようであった。

○ 講義 「高校数学における発展的教材の開発

ーボロノイ図に焦点を当ててー

都立八王子東高等学校 主任教諭 平井 恒

ボロノイ図とは他の点よりも 1 番近い所を領域に分割した図であり、マーケティングや生物学などで活用されている。ボロノイ図は垂直二等分線を利用することで描けるため、中学生から高校生までを対象に活用させることができる。また実生活を題材にしやすいため、生徒がイメージしやすいなどの利点がある。ボロノイ図を用いた授業例はいくつかある。学校の敷地内での草刈りにおいて、敷地の地上図に 5 カ所以上休憩所を設置し、何回か休憩所で休憩をする時のコースを考える。この問題では、どの場所にいるとき、どの休憩所に行くかを意識づけ、ボロノイ図に気付かせる。

本研究では、ボロノイ図を利用し、より実生活に近い問題かつ、高校生だからできる作図問題ができないか教材開発をおこなっている。

例えば、サッカーにおいて、A、B、C それぞれの足の速さが 3 : 5 : 4 であるとき、A、B、C がそれぞれボールをとることのできる領域を図示するという問題。この問題をさらに発展的に考え、 $AB:BC:CA=15:20:12$ という位置に A、B、C がいるという条件を加えると、アポロニウスの円は点 A、B、C を通る。アポロニウスの円は数学 II で学習する。さらに、A、B、C のスタートを一定にずらすと、ボロノイ図は A、B、C を焦点とした双曲線になる。

ボロノイ図は現実世界と結びつきやすいが、ただ問題を解くだけにならないよう、どのように高校数学の教材として、落とし込むかが今後の課題である。

○ グループ協議

グループ協議では、本日行われた研究授業について意見交換が行われ、以下のような意見がでた。

- ・直感でつかんだことを、言葉で表現するのが難しい生徒もいる。発表する生徒には前でスクリーンを指で指させてもよい。
- ・軸を最初から示さず、後から示したのがよかった。
- ・原点を通らない 2 次関数の問題を入れてもよかったのではないかな。
- ・GRAPES で写したグラフの座標の数値をもっと大きくしたり、マス目をなくす方が見やすい。また、パネルを隠したり、プレゼンテーションモードにすると見やすくなる。

○ 授業者より

- ・本授業の内容は、クラスの生徒の 8 割くらいの生徒は理解しているが、2 割くらい生徒は理解できていない部分があるだろう。
- ・軸を最初から示さないことで、何に着目して場合分けをしたらよいのか、生徒自ら気づくことを大切にしたい。
- ・定義域をあえて変えたことで、理解の定着を図った。
- ・授業ではあえて言わなかったり、書かなかったりするなどの差引を大切にしている。