

5 月 23 日(土)の総会後に引き続いて、2つの研究発表が行われた。

(1) 2次関数の指導に関する一考察

発表者 坂井田博史(都砂川高)

昨年 11 月に宇都宮で行われた関東都県算数・数学教育研究栃木大会で発表された内容であった。

①  $y = ax^2$

2次関数のグラフを語呂を用いて(0149 → おいしく)生徒に覚えさせ、ICTを用いて生徒に視覚的に印象づけさせる。

②  $y = a(x - p)^2$

教科書に出てくる順序とは異なり、 $x$ 軸方向の順序から指導を行う。それは「2乗に比例する関数」という考え方から指導することができるためである。

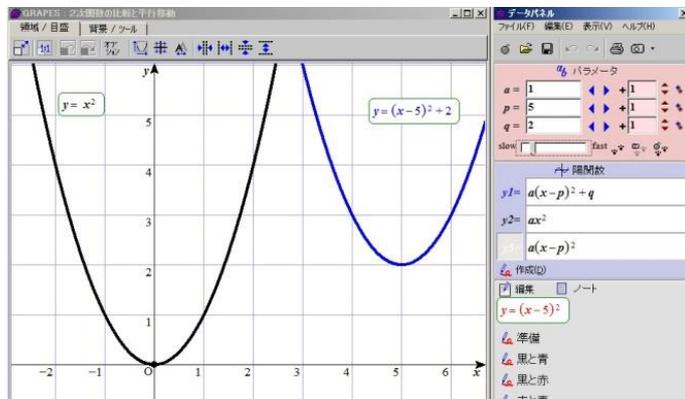
$y = ax^2$ と $y = a(x - p)^2$ はグラフの形は同じである。生徒に形に関する考察をさせる。『 $y = ax^2$ を平行移動したグラフだ』といった平行移動にとらわれるのではなく、生徒に『 $y = ax^2$ と形が合同』という考えを持たせる。それは、同じ形が複数あったときに、“一方を一方に移動する”とは考えないのではないかとこのところから、この指導を行った。

③  $y = a(x - p)^2 + q$

$y = a(x - p)^2$ のグラフを全体的に $q$ を足されたものだと、GRAPESを用いて、生徒に伝える。

④ 合同から平行移動へ

“形が合同”から“グラフの平行移動”と捉える活動にシフトし、GRAPESを用いてグラフを描かせる練習を行う。



合同であることから、グラフを重ねてみて、そこから、横・縦にずらしていく。「このような操作を何ていうのでしょうか」と聞くと、生徒からは「平行移動」という発言が出た。

このことから、 $y = ax^2$ と $y = a(x - p)^2$ のグラフは“合同”ということと“平行移動したもの”ということを用いてより理解させることができた。

しかし、2次関数のグラフについてよく理解することと、式に対してグラフをより正確に描くことはまた別のことであり、格子のない座標平面上でも、「頂点から順に0, 1, 4, 9」と点を打ち、点を多くプロットさせることが効果につながらないということが今後の課題であると坂井田先生は述べていた。

また、GRAPESの活用についての効果にも触れ、2次不等式の解を求める場合、黒板とチョークだけでは伝えられない操作的な表現方法が視覚に訴えることができると話された。

(2) 大学入試で出題される数学の社会への活用  
～新幹線の被災設備復旧を例として～

発表者 毛利 哲(都新宿高)

都数研大学入試分科会では、大学入試問題の背景にある数学の原理や法則について分析を行い、大学入試を教材とした数学的な見方や考え方の指導法の研究を行っている。大学入試問題には純粋数学のみならず、社会への応用を背景とした題材も少なくない。毛利先生は、電気工学を専攻し、昨年まで、鉄道関連の仕事に就いていた。鉄道技術者から教員に転職をし、大学入試分科会に参加されている。高等学校で学習し、大学入試でも数多く出題されている数学の内容が、社会でも幅広く活用されていることを実感し、それを生徒にもどのように社会で役立っているのかを紹介した。

2015 年 横浜国立大学

関数  $f(x) = \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x - \sin 2x$  に対して以下の間に答えよ。

(1)  $t = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  とおくと、 $f(x)$  を  $t$  の式で表せ。

(2)  $f(x)$  の最大値と最小値を求めよ。

(3) 方程式  $f(x) = a$  が  $0 \leq x < 2\pi$  で相異なる 2 つの解をもつための実数  $a$  の条件を求めよ。

周期の異なる三角関数の和を扱う問題は、2015 年は首都大東京をはじめ、東京慈恵会医科大、慶応義塾大(薬)、早稲田大(国際教養)、岩手大などで出題されている。

こうした周期関数の和を用いた考察は、地震や音声など、波形を扱う際に用いられる。

震災より東北新幹線は甚大な被害を受けた。なぜこのように被害が拡大したか、分析した結果、高架橋の振動と電柱の振動との相互作用により、地震動が拡大して電柱に伝わったことが考えられた。

地震を受けて電柱が  $A \sin \theta_1$  で表されるような振動をしている際に、 $B \sin(\theta_2 + \alpha)$  で表されるような高架橋の振動が伝わると、その和である  $A \sin \theta_1 + B \sin(\theta_2 + \alpha)$  で振動することになり、振動の振幅が拡大する。

$A \sin \theta_1 + B \sin(\theta_2 + \alpha)$  の和は、三角関数の合成や公式として、数学IIで学習し、入試問題の出題も多い。このように単純化すれば、振幅の最大値やそれを与える時刻の計算が高校範囲でも可能である。

高校数学が基礎とした技術が、様々な場面で社会に役立っている。教科書や入試問題で扱う数学を通じ、社会貢献や科学技術の発展への興味や関心を育つ指導を毛利先生は行っている。

質疑応答では、「生徒の反応はどうか」、「数学の教員も実社会で数学がどのように生かされているのか学ぶべき」「数学の教員として社会に生かせるような数学の知識をどのように身に付ければよいか」「具体的にどう数学の授業で実験を行っているのか」など、多数の肯定的な意見や感想などが聞かれ、参加者に対しても関心が非常に高い研究発表であった。

文責 編集部 川中子遥(都東大和高) 畠山剛(都多摩高) 千葉和輝(都立川高)