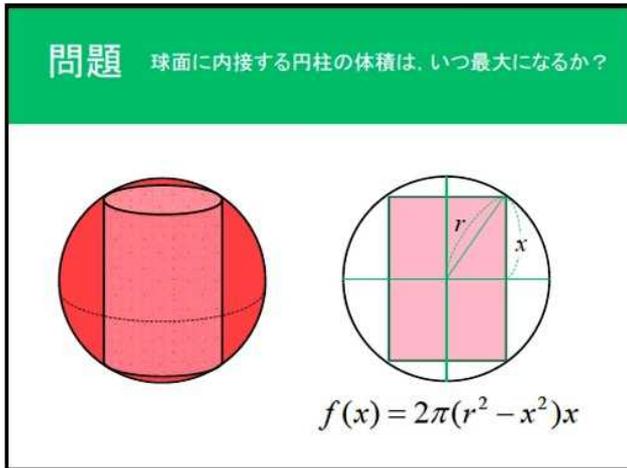


講演概要 「数学 I」に新しく入った論証部分の指導法の理解

横浜国立大学大学院 教授 根上 生也

1 最近の大学生の様子



「球面に内接する円柱の体積は、いつ最大になるか？」という問題を出すと、ほとんどの大学生が解けない。しかし、上の右図のように x と r を示すと解くことができる。

同じように、大学入試の問題には、補助として導入問題がある。しかし、この導入問題がない場合に、その問題が解ける学生はほとんどいない。必ずしも公式を覚えていることが、問題を解けることにはつながらない。学生のレベルも大学によって大きく違い、それに合わせて学生への教え方を変えなければいけない現状である。

また、最近の大学生の傾向として、自分で自分の行動を決めることができない学生が目立つようになった。高校時代の数学の問題には何にでも解法があり、何でも教えてもらえる。それによって、習ったことしかしない、やり方を考えようとしない学生が増えているのではないか。

まとめると、最近の大学生は、

- ・習ったことしかしない
- ・何にでも解法が用意されていると思っている
- ・自分で自分の行動を決めようとしない

2 新学習指導要領における集合と論証について

新学習指導要領において、数学 I の「数と式」において「集合と論証」を取り扱う。しかし、「数と式」だけで「集合と論証」を取り扱う意図ではない。「数と式」において基本を習い、数学全体で活用するという意図で「数と式」に設置している。

集合においては、集合の表記を用いて数学的な処理を学んでほしい。場合の数や整数格子の問題等は集合の表記を利用して記述することで解きやすくなることもある。

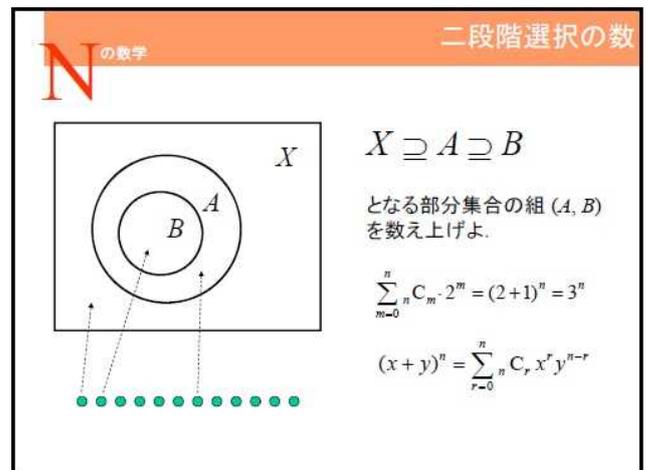
論証においては、「 $A \Rightarrow B$ 」という命題をきちんと理解してほしい。中学校や高校で出てくる様々な命題は、必要十分条件であるものがほとんどである。そのため、「 $A \Rightarrow B$ 」という命題をきちんと理解している学生は少ない。そして、論証することのよさを知ってほしい。論証をやり方という形にせず、論理的に物事が考えられる人間を育てたい。

3 集合の取り扱い

集合の表記は場合の数にも用いることができる。

例えば、 n 個のボールから任意の個数のボールを選択し、その後選択したボールの中から任意のボールを選択する場合の数を求める。組合せや二項定理を用いれば、 3^n 通りとなることがわかる。この式の意味を表す考え方があはずという振り返りから、概念的に置き換える導入が図れる。

選択するボールを集合として表せば、構造と対応させることができる。すると計算ではなく、ボールが領域に入るか入らないかを考えればよいと、図を用いて説明することで問題を解くことができる。



4 論証の取り扱い

論証の良さを知ってもらうにはどうしたらよいだろうか。教科書の「命題と論証」の項目には基本的なことしか書かれていない。面白い問題は「課題学習」の中に書かれている。大学の教員は教科書を見ていることが多いので、「課題学習」から入試が出題される可能性もある。

ただ例題を見るだけでなく、実際に活動してみることで、問題の概念を理解する。その活動の中から、今までに証明したことはないが、鳩の巣原理等の当たり前といえる原理に気づくことができる。自分の気づいたことと、気づいたことの原因を言える楽しみが得られる。何を公理としてよいか示されていない中で、自分が発見したことが根拠となることで論証することができ、それが自信にもつながる。

テストの問題が解けない子でも発見はすることができる。教員が適当な助言を加えることで、発見から論証につなげていく。実験の結果から一般化することで、「 $A \Rightarrow B$ 」の仮定と結論を意識させることもできる。

このような活動を通して論証で期待されていることを実現してほしいが、「集合と論証」の中で全てを指導することは困難なので「課題学習」の中で指導してほしい。論証の良さは、必ずしも根拠が示されていない中で、自分で発見したことが根拠になることを実感させてあげることである。知識ではなく、発見する能力が根拠になることで自信をもつことができる。これらの数学的な実験を研究に発展させ、成功だけでなく失敗も含めレポートに書かせることもできる。

文責 編集部 川井田友紀(東村山西高)